

1. Które z poniższych zdań są prawdziwe?
- ☐ | Do iloczynu rodziny zbiorów  $\bigcap R$  należą elementy należące przynajmniej do jednego ze zbiorów rodzinę tę tworzących.
  - ☒ | Jeżeli funkcja  $f: X \rightarrow Y$  jest funkcją przekształcającą zbiór  $X$  w  $Y$  to, dla dowolnych  $A, B \subseteq X$   $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$
  - ☐ | Dwie klasy abstrakcji o różnych reprezentantach muszą być rozłączne.
  - ☒ | Dla każdej dwuargumentowej relacji  $R$  istnieje relacja odwrotna  $R^{-1}$

2. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- ☒ | Dowód przez kontrapozycję wykorzystuje następującą równoważność formuł  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$
- ☒ | Załóżmy, że funkcja  $f: X \rightarrow Y$  jest funkcją „na” oraz  $X$  jest dziedziną funkcji  $f$ , wówczas przeciwobrazy wszystkich zbiorów jednoelementowych  $\{y\} \subseteq Y$  tworzą podział zbioru  $X$  złożony ze zbiorów jednoelementowych.
- ☐ | Podział zbioru  $X$  to rodzina zbiorów  $R$  spełniająca następujące warunki:
  - $\bigcup R = X$
  - $\forall i, j \neq j (\Lambda_i, \Lambda_j \in R \Rightarrow \Lambda_i \cap \Lambda_j = \emptyset)$ .
- ☒ | Zapis  $p \leftrightarrow q$  oznacza, że  $p \leftrightarrow q$  jest tautologią.

3. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- ☐ | Za pomocą klauzul Horna nie można wyrazić, że jakieś zdarzenia albo relacją nie zachodzi.
- ☒ | Przeprowadzając dowód apagogiczny wykorzystujemy następującą regułę wnioskowania,  $\neg \alpha \rightarrow (\neg \beta \wedge \beta) / \alpha$  (uwaga zamiast kreski poziomej wprowadzono kreskę ukośną)
- ☐ | Zmienna  $x$  jest zmienną wolną w pewnym wyrażeniu klasycznego rachunku kwantyfikatorów jeśli nie jest związana kwantyfikatorem uniwersalnym.
- ☒ | Metoda polegająca na sprowadzeniu dowolnej formuły Klasycznego Rachunku Zdań do postaci CNF i sprawdzeniu czy w każdej z alternatyw znajduje się para literalów komplementarnych jest metodą rozstrzygania dla Klasycznego Rachunku Zdań.

4. Które z poniższych zdań są prawdziwe:

- ☐ | Wyprowadzenie formuły (klauzuli) pustej w dowodzie wstępującym oznacza, że dana gałąź drzewa dowodowego zakończyła się porażką.
- ☒ | Formuła  $\alpha$  jest prawdziwa w interpretacji  $I$  wttw, gdy dla każdego wartościowania  $w$ , wartość logiczna formuły  $\alpha$  w interpretacji  $I$  i przy wartościowaniu  $w$  równa się jeden.
- ☐ | Reguła wnioskowania znana jako opuszczenie alternatywy ma następującą postać  $p \vee q / p, q$
- ☒ | Uniwersum zbioru klauzul  $S$  to wszystkie termy ustalone (jeśli w zbiorze klauzul nie ma funkcji to po prostu wszystkie stałe) jakie udało się utworzyć ze stałych występujących w klauzulach zbioru  $S$ .



5. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

[ ☐ ] Zgodnie z teorią zbiorów przybliżonych, zbiór wszystkich minimalnych reguł tablicy decyzyjnej wyznacza się na podstawie reduktów relatywnych dla tej tablicy decyzyjnej

[ ☒ ] Dany jest system informacyjny  $A=(U, A)$ . Dla dowolnych  $B, C \subseteq A$ ,  $B \neq C$  takich, że  $B$  i  $C$  są reduktami systemu  $A$ , zbiory  $B$ -elementarne i  $C$ -elementarne ustalają takie same podziały zbioru  $U$ .

[ ☐ ] Jeżeli tablica decyzyjna  $DT=(U, A \cup \{d\})$  jest niesprzeczna to  $POS_A(d)=U$ .

[ ☐ ] Dany jest system informacyjny  $A=(U, A)$  oraz  $B \subseteq A$ ,  $X \subseteq U$ , do zbioru  $U - \underline{B}X$  należą te obiekty ze zbioru  $U$ , co do których mamy pewność że nie są one reprezentantami pojęcia  $X$  (wyjaśnienie:  $\underline{B}X$  – oznacza  $B$ -dolne przybliżenie  $X$ ).

6. Które z poniższych zdań są prawdziwe:

[ ☒ ] Liczba Stirlinga drugiego rodzaju  $S(n, m)$  informuje o liczbie wszystkich  $m$  elementowych podziałów zbioru  $n$  elementowego

[ ☒ ] Zasada włączeń i wyłączeń jest uogólnieniem prawa sumy

[ ☐ ] Równaniem charakterystycznym dla równania rekurencyjnego postaci  $a_n = b_1 a_{n-1} + b_2 a_{n-2}$  jest równanie  $x^2 = b_1 x + b_2$

[ ☐ ] Jeśli mamy ciąg  $a_0, a_1, \dots$ , który zdefiniowany jest rekurencyjnie, oraz odpowiadającą

temu ciągowi funkcję tworzącą  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} x^n$ , to wartość  $\frac{a_n}{n!}$  przy  $n$ -tej potęgce  $x$  jest

wartością  $n$ -tego wyrazu tego ciągu.



1. Które z poniższych zdań są prawdziwe

- [ ☒ ] Iloczyn kartezjański zbiorów nie jest operacją (działaniem) łącznym
- [ ☐ ] Zbiór potęgowy  $P(X)$  to rodzina wszystkich podzbiorów zbioru  $X$ , jeśli  $X$  jest zbiorem skończonym o mocy  $n$  to, liczba podzbiorów właściwych zbioru  $X$  wynosi  $2^n$
- [ ☐ ] Jeżeli funkcja  $f: X \rightarrow Y$  jest funkcją przekształcającą zbiór  $X$  w  $Y$  to, dla dowolnych  $A, B \subseteq X$   $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$
- [ ☒ ] Dwójkę uporządkowaną  $\langle x, y \rangle$  definiuje się jako  $\{\{x, y\}, \{x\}\}$ .

2. Które z poniższych zdań są prawdziwe

- [ ☐ ] W zbiorze uporządkowanym istnieje jeden element największy
- [ ☒ ] Relacja równoważności jest relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią, a klasy abstrakcji każdej relacji równoważności nie mogą być zbiorami pustymi.
- [ ☒ ] Jeśli  $(X, R)$  jest zbiorem uporządkowanym oraz  $X$  jest zbiorem skończonym to, istnieje diagram Hassego dla  $(X, R)$
- [ ☐ ] W zbiorze częściowo uporządkowanym nie może istnieć element, który jest równocześnie elementem minimalnym i maksymalnym.

3. Które z poniższych zdań są prawdziwe

- [ ☐ ] W klasycznym rachunku zdań każda formuła nieprawdziwa jest niespełnialna
- [ ☐ ] Jedną z możliwych form reguły wnioskowania modus tollens jest formuła  $\alpha, \alpha \rightarrow \neg \beta / \neg \alpha$  (uwaga zamiast kreski poziomej wprowadzono kreskę ukośną)
- [ ☒ ] Koniunkcyjna postać normalna formuły w klasycznym rachunku zdań to, koniunkcja alternatyw literałów
- [ ☒ ] System formalny składa się ze zbioru aksjomatów i reguł wnioskowania.

4. Które z poniższych zdań są prawdziwe:

- [ ☐ ] Automatyczne dowodzenie twierdzeń metodą semantyczną w języku klauzul Horna polega na wykazaniu, że nie istnieje żadna interpretacja w której zbiór klauzul  $S$  jest niesprzeczny. Przy czym do zbioru  $S$  należą klauzule będące założeniami twierdzenia oraz klauzula będąca negacją tezy.
- [ ☐ ] Formuła  $\alpha$  jest prawdziwa w interpretacji  $I$  wttw, gdy istnieje takie wartościowanie  $w$ , że wartość logiczna formuły  $\alpha$  w interpretacji  $I$  i przy wartościowaniu  $w$  równa się jeden.
- [ ☒ ] Klauzle Horna to, klauzule w postaci implikacji z maksymalnie jedną konkluzją.
- [ ☒ ] Algorytm zstępującej metody automatycznego dowodzenia twierdzeń buduje drzewo dowodowe wykorzystując uogólnioną regułę modus tollens oraz strategię przeszukiwania „w głąb”



5. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- [ ☒ ] Dana jest tablica decyzyjna  $DT=(U, A \cup \{d\})$ . Obszar pozytywny tablicy DT jest to zbiór  $POS_A(d)=\bigcup_{i \in I} AX_i$ , gdzie  $X_i$  są klasami decyzyjnymi oraz  $AX_i$  oznacza A-dolne przybliżenie klasy decyzyjnej  $X_i$
- [ ☐ ] Wyznaczenie minimalnych reguł decyzyjnych z tablicy decyzyjnej  $DT=(U, A \cup \{d\})$ , gwarantuje, że uzyskane reguły będą dokładne.
- [ ☒ ] W komórkach macierzy odróżnialności modulo d, zbudowanej na podstawie niesprzecznej tablicy decyzyjnej, zbiory puste występują jedynie w tych komórkach, w których badamy odróżnialność obiektów z tych samych klas decyzyjnych.
- [ ☐ ] Dana jest tablica decyzyjna  $DT=(U, A \cup \{d\})$ . Zbiór  $\{a_1, a_2, a_3\} \subseteq A$  jest reduktom relatywnym dla tablicy DT wttw, gdy  $a_1^* \wedge a_2^* \wedge a_3^*$  jest implikantem funkcji Boolowskiej  $f_{DT}^d$ .

6. Które z poniższych zdań są prawdziwe:

- [ ☒ ] Liczba Stirlinga drugiego rodzaju  $S(n,m)$  informuje o liczbie wszystkich m elementowych podziałów zbioru n elementowego
- [ ☒ ] Ogólna postać rozwiązania liniowego równania rekurencyjnego postaci  $a_n=b_1a_{n-1}+b_2a_{n-2}$  wyraża się wzorem  $a_n=c_1\alpha_1^n+c_2\alpha_2^n$ , gdzie  $\alpha_i$  są pierwiastkami równania charakterystycznego.
- [ ☒ ] Zasada włączeń i wyłączeń pozwala na szybkie obliczenie mocy sumy skończonej liczby zbiorów
- [ ☐ ] Stosowanie wykładniczych funkcji tworzących podczas rozwiązywania równań rekurencyjnych jest zasadne jedynie w przypadku gdy rozważane równanie rekurencyjne nie jest równaniem liniowym.



1. Które z poniższych zdań są prawdziwe
  - [ ] Iloczyn kartezjański zbiorów jest operacją (działaniem) łącznym
  - [ **X** ] Zbiór potęgowy  $P(X)$  to rodzina wszystkich podzbiorów zbioru  $X$ , jeśli  $X$  jest zbiorem skończonym o mocy  $n$  to, liczba podzbiorów zbioru  $X$  wynosi  $2^n$
  - [ ] Jeżeli funkcja  $f: X \rightarrow Y$  jest funkcją przekształcającą zbiór  $X$  w  $Y$  to, dla dowolnych  $A, B \subseteq X$   $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$
  - [ **X** ] Dwójkę uporządkowaną  $\langle x, y \rangle$  definiuje się jako  $\{ \{x, y\}, \{x\} \}$ .
2. Które z poniższych zdań są prawdziwe
  - [ ] W zbiorze uporządkowanym istnieje jeden element największy
  - [ **X** ] Relacja równoważności jest relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią, a klasy abstrakcji każdej relacji równoważności nie mogą być zbiorami pustymi.
  - [ **X** ] Jeśli  $(X, R)$  jest zbiorem uporządkowanym oraz  $X$  jest zbiorem skończonym to, istnieje diagram Hassego dla  $(X, R)$
  - [ ] W zbiorze częściowo uporządkowanym nie może istnieć element, który jest równocześnie elementem minimalnym i maksymalnym.
3. Które z poniższych zdań są prawdziwe
  - [ ] W klasycznym rachunku zdań każda formuła nieprawdziwa jest niespełnialna
  - [ **X** ] Jedną z możliwych form reguły wnioskowania modus tollens jest formuła  $\beta, \alpha \rightarrow \neg \beta / \neg \alpha$  (uwaga zamiast kreski poziomej wprowadzono kreskę ukośną)
  - [ **X** ] Alternatywna postać normalna formuły w klasycznym rachunku zdań to, alternatywa koniunkcji literałów
  - [ ] Formuła logiczna odpowiadająca poprawnej regule wnioskowania dedukcyjnego nie musi być tautologią.
4. Które z poniższych zdań są prawdziwe:
  - [ ] Wyprowadzenie formuły (klauzuli) pustej w dowodzie wstępującym oznacza, że dana gałąź drzewa dowodowego zakończyła się porażką.
  - [ **X** ] Formuła  $\alpha$  jest prawdziwa w interpretacji  $I$  wttw, gdy dla każdego wartościowania  $w$ , wartość logiczna formuły  $\alpha$  w interpretacji  $I$  i przy wartościowaniu  $w$  równa się jeden.
  - [ ] Reguła wnioskowania znana jako opuszczanie alternatywy ma następującą postać  $p \vee q / p, q$
  - [ ] Uniwersum zbioru klauzul Horna  $S$  to wszystkie termy ustalone (jeśli w zbiorze klauzul nie ma funkcji to po prostu wszystkie stałe) jakie udało się utworzyć ze stałych występujących w klauzulach zbioru  $S$ .



5. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

[ ] Zgodnie z teorią zbiorów przybliżonych, zbiór wszystkich minimalnych reguł tablicy decyzyjnej wyznacza się na podstawie reduktów relatywnych dla tej tablicy decyzyjnej

[ **X** ] Dany jest system informacyjny  $A=(U, A)$ . Dla dowolnych  $B, C \subseteq A$ ,  $B \neq C$  takich, że  $B$  i  $C$  są reduktami systemu  $A$ , zbiory  $B$ -elementarne i  $C$ -elementarne ustalają takie same podziały zbioru  $U$ .

[ **X** ] Jeżeli tablica decyzyjna  $DT=(U, A \cup \{d\})$  jest niesprzeczna to  $POS_A(d)=U$ .

[ ] Dany jest system informacyjny  $A=(U, A)$  oraz  $B \subseteq A$ ,  $X \subseteq U$ , do zbioru  $U - \underline{B}X$  należą te obiekty ze zbioru  $U$ , co do których mamy pewność że nie są one reprezentantami pojęcia  $X$  (wyjaśnienie:  $\underline{B}X$  – oznacza  $B$ -dolne przybliżenie  $X$ ).

6. Które z poniższych zdań są prawdziwe:

[ **X** ] Liczba Stirlinga drugiego rodzaju  $S(n, m)$  informuje o liczbie wszystkich  $m$ -elementowych podziałów zbioru  $n$ -elementowego

[ **X** ] Zasada włączeń i wyłączeń jest uogólnieniem prawa sumy

[ **X** ] Równaniem charakterystycznym dla równania rekurencyjnego postaci  $a_n = b_1 a_{n-1} + b_2 a_{n-2}$  jest równanie  $x^2 = b_1 x + b_2$

[ ] Jeśli mamy ciąg  $a_0, a_1, \dots$ , który zdefiniowany jest rekurencyjnie, oraz odpowiadającą

temu ciągowi funkcję tworzącą  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} x^n$ , to wartość  $\frac{a_n}{n!}$  przy  $n$ -tej potęgze  $x$  jest

wartością  $n$ -tego wyrazu tego ciągu.